

中学生の数学に対する「得意」「苦手」のメタ認知的研究へのコンジョイント分析と因子分析の活用

An Investigation of the Applicability of Conjoint Analysis and Factor Analysis in a Metacognitive Study of Junior High School Students' Feelings of 'Good at' and 'Not Good at' Toward Learning Mathematics

伊豆田 義人 西川 友子

Giido Izuta and Tomoko Nishikawa

要 旨

本研究では、中学生の数学に対する得意・不得意の意識調査を通じてメタ認知的研究の道具としてのコンジョイント分析と因子分析の有用性を考える。そのため、生徒数616名の公立中学校で実施した研究調査のデータを処理し考察する。調査は、コンジョイントカードと、質問の要因を5段階で評価するという2種類のアンケートにより構成される。また、コンジョイント分析では回答者への負担を軽減する目的で、項目の個数を比較的になくすることを考慮して、ここでは、コンジョイントカードの個数を4つに限定し、項目は中学校の数学における学習領域を表す「関数」、「図形」と「計算」の三つの区分を用いた。また、各項目は「得意」・「不得意」の2つの水準で評価しているため、コンジョイントカードは $L_4(2^3)$ 型である。一方で、因子分析の研究では、8つ（1・2年生用）あるいは9つ（3年生用）の指標を設け、質問事項の形で提示したこれらの要因を5段階で評価してもらった。事実、本稿では、新しいデータを提示しながら、著者らがこれまで個別に行った研究を統合する。すなわち、コンジョイント分析は、区分や分類といった限られた個数で表現できる事柄の評価に適し全体像の把握に有用であること、因子分析は細分化し個々の特徴の導出のみならず、コンジョイント分析で用いた項目の関係を見るために役立つことを紹介する。

キーワード：コンジョイント分析，因子分析，メタ認知，数学，中学校

1. 序論

1.1 背景および目的

認知の認知として1970年代半ばに理論体系化されて以来 [1] [2]、メタ認知は心理学のみならず、教育やマーケティング等でも研究されるようになった [3]。これらの基本的な考え方は、メタ認知的経験を構成する感覚という大きな概念の諸様相を評価し、学習者にそれらを自覚（認知）させて、意図する認知活動へと導くということである [4]。とりわけ、教育分野では主にfeeling (sense) of difficultyやfeeling (sense) of confidenceといった視点から盛んに研究が行われている [5] - [8]。

本研究では、コンジョイント分析 [9] - [10] と因子分析 [11] のfeeling of difficultyへの活用性を検討するために、二種類のアンケート票からなる研究調査を実施した。対象は、新

潟県の公立中学校で、回答者は、1～3年生の616名の生徒である。調査の内容は、いずれも「得意」・「苦手」の意識・自覚に基づいて数学の授業で学習する項目を評価することである。コンジョイント分析のための調査では、中学校学習指導要領 [12] における中学校数学の「関数」、「図形」と「計算」からなるコンジョイント項目を定義し、各々のコンジョイント水準を「得意」、「苦手」とした $L_4(2^3)$ 型のコンジョイントカードを作成する。回答者は、4枚のカードに自身の認識に最も当てはまる組み合わせから順に当てはまらないものに至るまで、すべてのカードに順位を付ける。

因子分析では、中学校数学の学習領域における学習単元に着目し、評価指標とする。1年生と2年生用のアンケート表には8つ、3年生用には9つの指標を設け、質問として与えるが、回答はこれらの要素を5段階で評価するという形にし、回答者はその5つの選択肢の中から自身の気持ちを最も表す段階に丸を付けるというようなものである。

以上を踏まえ、ここでは一連の処理を示しながら、著者らのこれまでの研究をまとめることで、メタ認知的な研究へのそれぞれの分析方法の有用性を紹介する。

なお、本稿の構成は次の通りである。第1.2節では先行研究と関連研究、第1.3節では研究のおよぶ範囲について述べる。調査方法と結果はそれぞれ第2章と第3章に記述する。なお、考察は第4章で行う。

1.2 先行および関連研究

本研究では、数学の学習における生徒の「得意」・「不得意」という意識の研究調査を行っている。広義の意味では、メタ認知 [13] の枠組みの範囲である。一般に、教育へのメタ認知の研究では、認知の認知になる要素を特定し、評価して、学習者にそれらを学習させることで弱点を克服するというのがパラダイム [14] である。しかしながら、ここでは、特定・評価のためのツールとしてのコンジョイント分析と因子分析を検討する。

メタ認知の観点からの数学学習の研究には、Efklidesらの報告がある [7] - [8]。研究の対象は13-15歳の生徒で、数学的な課題に対するfeeling of difficultや成績の違いを特定し、認知能力や性別、年齢による差異を求めることである。また、本研究とは異なり、その過程の中で、ANOVAが主な分析ツールとして用いられている。

日本の中学生を対象とした研究においては、英語の学習に対する生徒の“難しい度”の自覚についての報告があったが、データの処理は主に記述統計学的手法である [15]。同様な方法で、Nishikawa and Izutaらは、中学生が数学に対し苦手意識を持ち始める時期について研究し、男女の違い等を見出している [16]。

学習者の感覚の評価にコンジョイント分析を活用した研究には短期大学生が情報処理リテラシーの学習に対して抱く感覚の調査がある [17]。ここでは、4つの項目において、各々を3つの項目水準を評価するために、9つのコンジョイントカードからなる調査票を用いている。しかし、回答者のグループ化を行っていない。

また、4つのコンジョイントカードのコンジョイント分析の際にグループ化する方法も提案されている [18]。この方法ではコンジョイントカードの順位をグラフ化し、分析者は目視と経験によりグラフのふるまいを取り出しながら、コンジョイント分析の分析精度を満たす範囲で、それらのカードに対応する回答者をグループにする。この繰り返しで、グループ化を行う。

また、3個の項目で、一つの項目に対し2つの水準で中学校数学の学習領域における生徒の「得意」・「苦手」意識の研究にコンジョイント分析を活用したものもある [19]。ここでは男

女差に着目し、中学校1～3年生の特徴を類型化している。ここでは、回答者のクラスタリングを行っているが、処理方法は別の報告書に掲載されている [20]。一方で、同じ研究範囲の中で、因子分析を用いた検討も行われている [21]。

なお、本研究は、Izutaら [19] - [21] の探究をまとめるものである。ここでは、男女別によらず、学年単位のデータを紹介しながら、メタ認知的な教育の研究にコンジョイント分析と因子分析の活用方法を示す。

2. 方法

2.1 データ収集

調査は、2016年3月初旬に、新潟県所在の中学校にて実施された。学校の承諾を得て、先生方の協力でデータを収集できた。

2.2 回答者

回答者は12～15歳の1～3年の中学生である。総人数は616名であるが、無効回答や未回答票を除くと、1年生は181名、2年生は208名、3年生は219名である。

2.3 調査の内容

コンジョイント分析のコンジョイントカードは図1に示すとおりである。因子分析で用いた各学年の学習領域における学習単位に関する質問事項の内容は、3.2節にある各学年の因子分析の結果の表において、具体的に示している。

コンジョイントカード

	計算	図形	関数	ランク
Card 1	得意	得意	得意	
Card 2	得意	苦手	苦手	
Card3	苦手	得意	苦手	
Card4	苦手	苦手	得意	

図1 コンジョイントカード

2.4 データの処理

データの処理はウィンドウズ8.1搭載のパソコンで行われ、ソフトはマイクロソフト excel2013である。コンジョイント分析では分析精度を0.7としてクラスタリングの手順 [20] を活用し、因子分析ではエクセルのアドオン [22] を用いる。

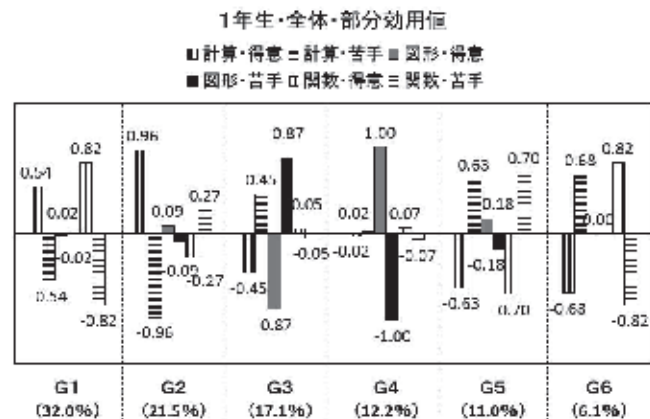
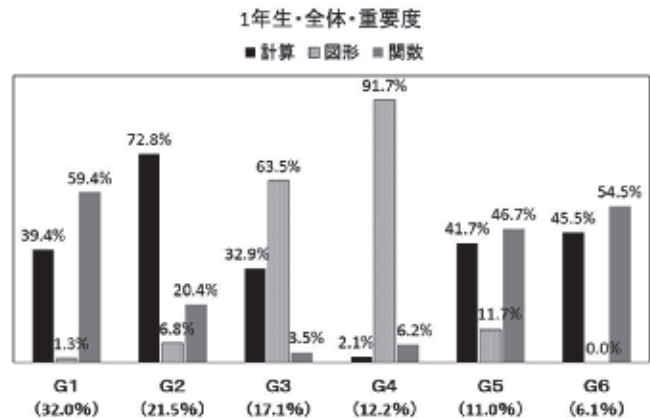
3. 結果

本節では、コンジョイント分析と因子分析の結果を示す。

3.1 コンジョイント分析の結果

図2は1年生のコンジョイントカードの分析結果である。重要度のグラフから容易にわかるように、6つのグループができた。それぞれが占める割合は、32.0%、21.5%、17.1%、12.2%、11.0%と6.1%で、分析の精度を表す相関係数の二乗 (R^2) は0.77、0.90、0.77、0.80、0.73、0.91である。グループG1の重要度は関数 (59.4%)、計算 (39.4%) と図形 (1.3%) である。これらの部分効用値は「得意」、「得意」と「苦手」である。次に、G2の項目は計算 (72.8%)

で水準は「得意」、関数 (20.4%) の水準は「苦手」と図形 (6.8%) の水準は「得意」である。G3の項目と水準は図形 (63.5%) —「苦手」、計算 (32.9%) —「苦手」、関数 (3.5%) —「得意」である。G4においては図形 (91.7%) —「得意」、関数 (6.2%) —「得意」と計算 (2.1%) —「苦手」である。G5は関数 (46.7%) —「苦手」、計算 (41.7%) —「苦手」と図形 (11.7%) —「得意」である。なお、G6は関数 (54.5%) —「得意」と計算 (45.5%) —「苦手」である。これらのデータは図2の最下部の表にまとめられている。すべての学習領域に対し「得意」と表すグループは確認できない。同様に、すべて「苦手」になっているものも存在しない。計算が「得意」と感じる回答者はグループG1とG2の生徒で、他のグループの学生は「苦手」と感じる。これは、全体として半々に分かれている。また、グループG3とG5の第1と2の重要度においてその項目の水準は「苦手」なので、これらのグループには苦手意識の強い生徒が属すると考えられる。それに対しグループG1とG4は関数に対し「得意」意識を持つ学生が多いと解釈できよう。しかし、表にある「得意」と「苦手」を数えると前者は9つで後者は8つである。



1年生・全体

グループ	部分効用1	部分効用2	部分効用3	精度	割合
G1	関数・得意	計算・得意	図形・得意	0.77	32.0%
G2	計算・得意	関数・得意	図形・得意	0.90	21.5%
G3	図形・得意	計算・得意	関数・得意	0.77	17.1%
G4	図形・得意	関数・得意	計算・得意	0.90	12.2%
G5	関数・得意	計算・得意	図形・得意	0.77	11.0%
G6	関数・得意	計算・得意	図形・得意	0.77	6.1%

図2 1年生のコンジョイント分析

図3は2年生の結果である。ここでも6つのグループができた。その割合は、大きい順に41.3%、23.6%、17.8%、8.2%、4.8%と4.3%で、分析精度はそれぞれ0.72、0.73、0.82、0.88、0.82と0.81である。グループG1からG6の最重要な項目は関数（80.3%）、計算（71.2%）、図形（85.1%）、図形（72.3%）、計算（83.3%）と関数（85.7%）である。部分効用値の結果は図3（下）の表にまとめられている。これより、すべての学習領域に対し「得意」と感じるグループはG1、G3とG5であり、全体の63.9%を占める。ただし、先述のようにこれらの最重要な項目は異なる。一方で、すべてに対し「苦手」意識をもつグループも存在し、全体の4.3%を占めるG6に属する回答者になる。しかし、グループG2とG4において最重要な項目の水準は「苦手」なので、すべての学習領域ではないとはいえ、「苦手」意識を表示している。したがって、度合いを別として、「苦手」感をもつ回答者の割合は36.1%になる。領域において、「関数」はほぼすべてのグループで「得意」になっている。それに対し、「図形」と「計算」は約半分のグループで「苦手」の評価を得ている。「得意」と「苦手」の個数は12対6である。このように1年生と比較すると、「得意」と「苦手」ははっきりとグループを特徴づけることが分かる。

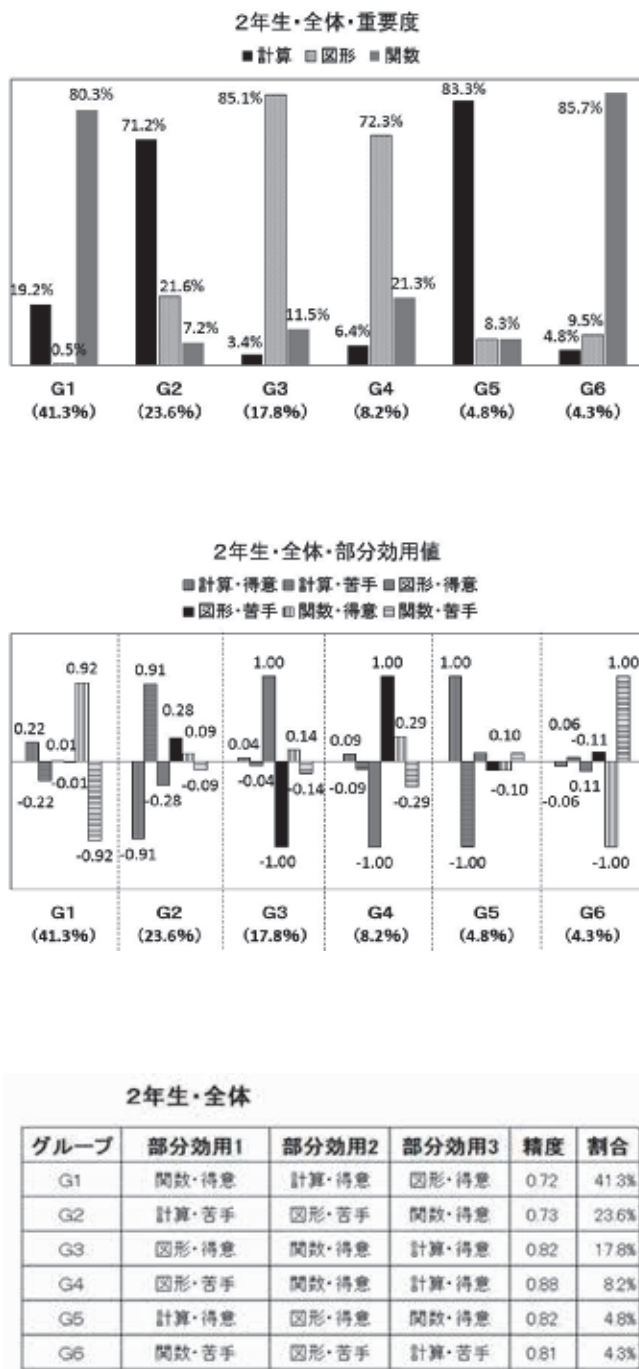


図3 2年生のコンジョイント分析

3年生のデータは図4に示す。グループ数は六つでこれらの割合と最重要度の項目は次のとおりである。G1は33.3%と計算 (89.7%)、G2は28.3%と図形 (62.5%)、G3は16.0%と計算 (78.7%)、G4は14.2%と関数 (67.9%)、G5は7.3%と関数 (76.2%)、そしてG6は0.9%と図形 (66.7%) である。また、分析精度は、0.73、0.72、0.84、0.74、0.86と1.00である。すべての項目の水準が「得意」になっているグループはG2とG3でこれらは全体の44.3%である。また、最重要項目において「得意」としているグループG4の分を加えるとその数は58.5%に達する。よって、強い「苦手」意識を持っている回答者の割合は41.5%になる。事実、G1を構成する33.3%の生徒は計算と図形の順に着目し、「苦手」と感じている。また、グループG5はさらに関数に対しても「苦手」と思っている。ここでは、「計算」と「関数」は4グループにおいてすべて「得意」と、「図形」は2グループで「得意」を確認できる。また、「得意」と「苦手」の個数は10対7になっている。また、2年生のデータと比較すると、すべて「得意」の割合は減少して、すべて「苦手」は増加していることが分かる。

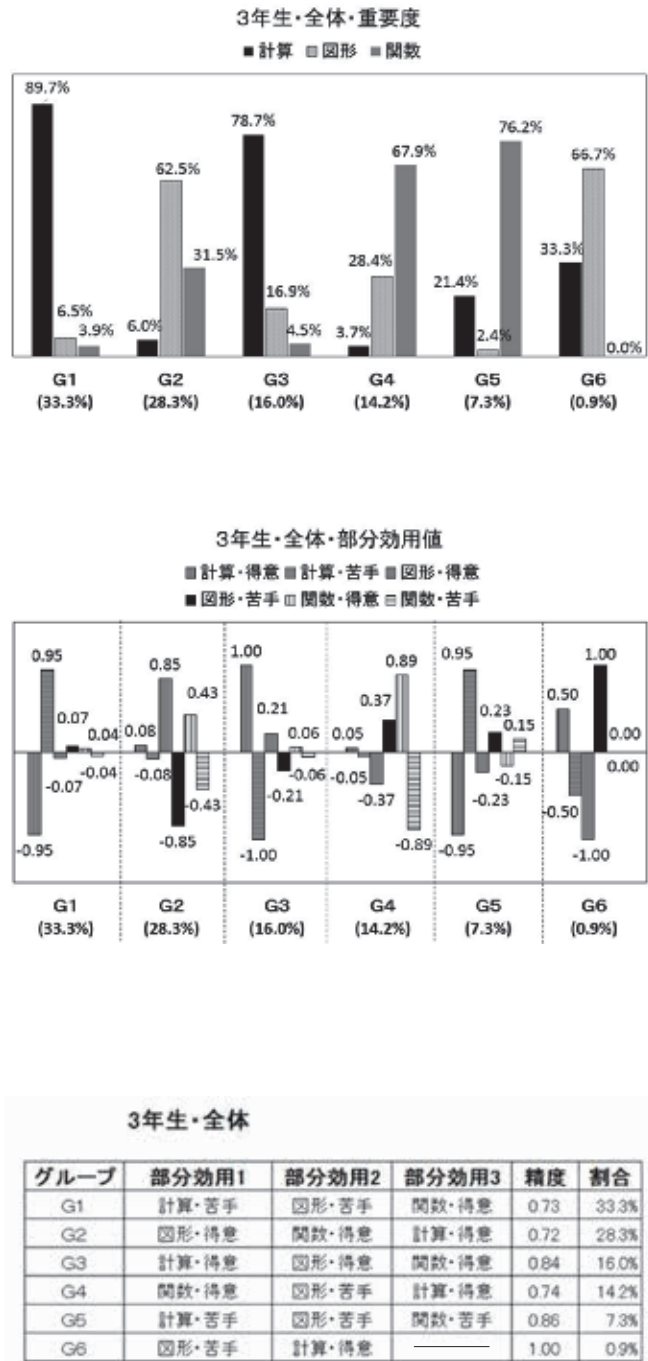


図4 3年生のコンジョイント分析

3.2 因子分析の結果

ここでは因子分析の結果を紹介する。図5は1年生のバリマックス回転後の因子負荷量である。ここでは、8つの指標（質問事項）を4つの因子で表している。これらの累積寄与率は75.72%であるので、指標の分散をよく網羅していると言える。また、ここでは、絶対値で考えたとき、その値が0.5以上の因子負荷量を係数として因子の分類化すると、30.03%の寄与率で貢献する第1因子はQ1～Q3の指標を負の形で表すことが分かる。つまり第1因子は「数・式が苦手」と定義できる。一方で、第2因子は正の値でQ6とQ7を表しているので「比例・反比例が得意」とすることが可能である。学習指導要領にもとづいて、この考え方を繰り返すと、第3因子は「平面・空間図形が苦手」、第4因子は「資料の活用が苦手」になる。本稿では、これらの因子で、因子単独または因子の組み合わせでグループを構成して（全部で24通り存在する。）回答者を分類していないが、これらの因子で回答者の類型化が可能である。回答者の因子得点に基づくグループ化の際には、「苦手」を表す因子の扱いに注意が必要である。例えば、因子1は「数・式が苦手」のグループであるので、得点が大きくなるにつれて「苦手度」が増加する。そこで、「数・式が得意」のグループを構成する場合は、第1因子の欄で因子得点が定めた基準より小さい負の値を持つ回答者がそのグループに属することになる。また、因子得点で回答者をグループ化する場合、すべて「得意」あるいは「苦手」のいずれかにして行くと解釈は比較的にわかりやすくなると考えられる。

1年生・直交回転後の因子負荷量 (VARTMAX)

	第1因子	第2因子	第3因子	第4因子	共通性
Q1 正の数と負の数(加減、乗除、乗除)	-0.7489	0.1568	-0.2406	-0.2054	0.7538
Q2 一次式の計算	-0.9421	0.0479	-0.1476	-0.1678	0.9271
Q3 一次方程式	-0.8048	0.0575	-0.1302	-0.1477	0.7836
Q4 比例の表・式、グラフ	-0.2833	0.6169	-0.1374	-0.3022	0.5333
Q5 反比例の表・式、グラフ	-0.2835	0.6316	-0.2795	-0.1787	0.4839
Q6 基本図形の角	-0.2522	0.1320	-0.5028	-0.4220	0.5341
Q7 図形の面積・体積の計算	0.2718	0.2624	0.7260	0.1071	0.7133
Q8 ヒストグラムや式(式)を用いた資料の傾向の読み取り	0.1811	0.2251	1.2252	0.7325	0.7175
因子負荷量の二乗和	2.4069	1.5680	1.1387	0.7767	
寄与率	30.03%	19.62%	14.23%	9.82%	
累積寄与率	30.03%	49.65%	63.88%	73.71%	

図5 1年生の因子分析

図6は2年生の因子負荷量である。この場合は、3つの因子で指標を表すが、累積寄与率は64.83%であり、また、「Q8 確率」の共通性が0.3680で、一般に望ましいとされる0.5より小さいので、これらの因子で表しても統計学的な根拠があるというには十分ではないと考えられる。よって、この指標は別扱いになるとみなす。ただし、格好づけのために因子負荷量だけで考えると、第1因子と関連付けることも可能であるが、ここではそのまとめ方をせずに議論を進める。さて、第1因子はQ1～Q3と負の形で強く関係しているのので、「数・式が苦手」、第2因子はQ4～Q6と正の関係にあるので「図形が得意」、そして第3因子はQ7と正の関係であるため「関数が得意」というように定義できる。

2年生・直交回転後の因子負荷量 (VARIMAX)

	第1因子	第2因子	第3因子	共通性
Q1 半導体や液晶の原理	0.0580	0.1095	0.1384	0.0072
Q4 影の作製など（光学と光の伝わりを説明すること）	0.8078	0.1837	0.4555	0.7045
Q6 導波路	0.7051	0.2024	0.1117	0.5554
Q4 光は物質、物質は光の存在を顕著に露出させること	-0.2585	0.7681	-0.1703	0.3322
Q5 光の偏光特性が重要であること、偏光時に透過する波長について（偏光）	-0.1552	0.7369	0.1730	0.5131
Q9 光を取り出すための材料	-0.1151	0.8662	0.2943	0.3515
Q7 一方向に光を、式、グラフ	-0.5121	0.1689	0.5978	0.3410
Q2 偏光	-0.4571	0.5585	0.3380	0.2580
因子負荷量の二乗和	5.5852	5.1317	0.7367	
寄与率	28.3642	26.6203	3.8273	
累積寄与率	28.3642	55.9845	59.8118	

図6 2年生の因子分析

図7は3年生の因子負荷量である。ここでは4つの因子を有し、その累積寄与率は70.63%である。また、共通性は「Q9 標本調査」を除くとすべて0.5以上になっているにも関わらず、ここでは、第1因子におけるQ9の因子負荷量は0.53になっているので、Q5～Q7と合わせてこの因子を「図形・資料の活用が得意」とする。このような第1因子の寄与率は25.24%であり、第2因子の21.56%と同等とみなすことができる。ただし、第2因子はQ1～Q3と負の関係にあり、「二次方程式を除く数・式が苦手」と定義する。「Q4 二次方程式」を代表する第3因子は、「二次方程式が苦手」とする。なお、4因子は「 $y=ax^2$ が苦手」となる。

3年生・直交回転後の因子負荷量 (VARIMAX)

	第1因子	第2因子	第3因子	第4因子	共通性
Q5 光の偏光特性が重要であること、偏光時に透過する波長について（偏光）	0.7090	-0.1477	-0.1365	-0.2531	0.6023
Q6 一方向に光を、図形・資料の活用が得意なこと、図形・資料の活用	0.7157	-0.1310	-0.1882	-0.1667	0.6511
Q7 二次方程式	0.6414	-0.5923	-0.3823	0.1903	0.6340
Q9 標本調査	0.5298	-0.2344	-0.6859	-0.1132	0.5557
Q1 式の活用	0.4391	-0.5788	-0.3017	-0.1311	0.6103
Q2 図形活用	0.5334	-0.8057	-0.1795	0.2228	0.5811
Q3 平方根を含む計算	0.2413	-0.6142	-0.4345	-0.1472	0.7017
Q4 二次方程式	0.2339	-0.6503	-0.7356	-0.2675	0.5133
Q8 図形・資料の活用、式、グラフ	0.5353	0.3420	0.2200	0.8740	1.0000
因子負荷量の二乗和	3.2713	1.9406	1.0723	1.0712	
寄与率	25.2333	21.5316	11.5281	11.5025	
累積寄与率	25.2333	46.7649	58.2930	70.0000	

図7 3年生の因子分析

4. 考察

コンジョイント分析より1年生の「得意」と「苦手」の意識はほぼ同じ個数になっているが、1年と3年ではこれらの「得意」にやや傾く。また、分散の50%程度をカバーする第1と第2因子だけに着目すると、2年生と3年生は「数・式が苦手」と「図形が得意」により特徴づけられる。これは、小学校中高学年から中学校1年にかけて生徒は数学の学習に苦手意識を持つようになること [16] が関係していると思われる。

5. 結び

本研究では、中学校で行った研究調査のデータを処理しながらコンジョイント分析と因子分析の活用方法を紹介した。研究自体は、中学生が数学教育に対し抱く気持ちを様々な角度から抽出するプロジェクトの一部である。以前の報告では、これらの分析方法を個別に活用したので、ここでは、これらを一連のデータ処理の手順としてまとめ、紹介した。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、調査にご協力くださいました新潟県の中学校の校長先生をはじめ、教職員の皆様および生徒さんに心より御礼申し上げます。また、米沢女子短期大学の教職の皆さんに感謝の意を表する。なお、短大にいただいた研究費によりこのプロジェクトの実現に至ったことに感謝する。

参考文献

- [1] J. H. Flavell. Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick, The nature of intelligence, pp.231-23, Hillsdale, NJ: Erlbaum. 1976.
- [2] E. Papaleontiou-Louca. Metacognition and Theory of Mind. Cambridge Scholars Publishing. Newcastle: UK. 2008.
- [3] P. Chambres, M. Izaute and P. J. Marescaux. Metacognition: Process, Function and Use. Springer Science & Business Media. 2012.
- [4] A. Efklides. Metacognition and affect: What can metacognitive experiences tell us about the learning process? Educational Research Review, 1, 3-14. 2006.
- [5] A. Efklides, A. Samara, and M. Petropoulou. Feeling of difficulty: an aspect of monitoring that influences control. European Journal of Psychology of Education, v. 14 (4) , 461-476. 1999.
- [6] M. Thoma and C. I. Tsai. Psychological distance and subjective experience: how distancing reduces the feeling of difficulty. Journal of consumer research, v. 39, 324-340. 2011.
- [7] A. Efklides, M. Papadaki and G. Papantoniou, Individual differences in school mathematics performance and feelings of difficulty: The effects of cognitive ability, affect, age, and gender. European Journal of Psychology of Education, v. 14 (1) , 57-69. 1999.
- [8] A. Efklides, M. Papadaki, G. Papantoniou and G. Kiosseoglou. The effects of cognitive ability and affect on school mathematics performance and feelings of difficulty. American Journal of Psychology, 110, 225-258. 1997.
- [9] 菅民郎 .Excel で学ぶ多変量解析入門 . オーム社 . 2007.
- [10] B. K. Orme. Getting Started with Conjoint Analysis - Strategies for Product Design and Pricing Research. Madison: Research Publishers. 2010.

- [11] 柳井 晴夫, 前川 真一, 繁杵 算男, 市川 雅教. 因子分析—その理論と方法. 朝倉書店. 1990.
- [12] 文部科学省. 中学校学習指導要領 - 数学編. 2012.
- [13] E. Papaleontiou-Louca. *Metacognition and Theory of Mind*. Cambridge: Cambridge Scholars Publishing. 2008.
- [14] D. J. Hacker, J. Dunlosky and A. C. Graesser. *Handbook of Metacognition in Education*, Oxon: Routledge. 2009.
- [15] G. Izuta and T. Nishikawa. Some Insights into the Japanese Junior High School English Education from the Student Learning Awareness Perspective. *Proceedings of 2016 International Conference on Education, Psychology, and Social Sciences*. Malaysia (ICEPS) . 206-217. 2016.
- [16] T. Nishikawa and G. Izuta. Probing When Japanese Junior High School Students Begin to Feel Difficulty in Learning Mathematics, *Proceedings of The International Conference on Education, Mathematics and Science (ICEMS2016)* , Malaysia, 6 pages, in press. 2016.
- [17] T. Nishikawa and G. Izuta. Assessment of Anxiety and Hurdle Perceptions towards Introductory Computer Literacy Classes among Japanese Female College Students. *Proceedings of 2016 International Conference on Education, Psychology, and Social Sciences (ICEPS)* . Malaysia. 218-228. 2016.
- [18] T. Nishikawa and G. Izuta. Testing Outlier Processing Algorithm for L_4 (2^3) -type Conjoint Analysis on the Grounds of a Survey to Evaluate Computer Applications Used in Information Literacy Courses for Female Humanities Studies. *Journal of the Japan Personal Computer Application Technology Society*, 11 (1) , 7-16. 2016.
- [19] G. Izuta and T. Nishikawa. Assessing the Sense of 'Good At' and 'Not Good At' towards Learning Topics of Mathematics with Conjoint Analysis, *Proceedings of The International Conference on Education, Mathematics and Science (ICEMS2016)* , Malaysia, 6 pages, in press. 2016.
- [20] G. Izuta T. Nishikawa and M. Nakagawa. A Conjoint Analysis-Based Grouping Strategy for a Metacognitive Study Aimed to Assess Students' Feeling of Difficulty towards Learning, 2016 Hong Kong International Conference on Education, Psychology and Society (5th HKICEPS) , 12 pages, in press. 2016.
- [21] T. Nishikawa and G. Izuta. An Assessment of Learning Difficulty Level of Math Class Topics-A Case Study of a Japanese Public Junior High School -, 2016 Hong Kong International Conference on Education, Psychology and Society (5th HKICEPS) , 12 pages, in press. 2016.
- [22] Vectorホームページ. 多変量分析アドイン.
<http://www.vector.co.jp/soft/win95/business/se490863.html>